

## ВЕРХНИЙ ПРЕДЕЛ СЕЧЕНИЙ РОЖДЕНИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ ИЗОБАР, $\rho$ -МЕЗОНОВ ИЗ АНАЛИЗА ДЕФОРМАЦИЙ ИНКЛЮЗИВНЫХ СПЕКТРОВ

А.Г.Литвиненко, В.С.Ставинский

По известным инклюзивным сечениям рождения  $\pi$ -мезонов и протонов получены верхние границы сечений рождения  $\rho$  и  $\Delta^{++}$  на ядрах в области кинематических переменных, запрещенной для рассеяния на свободных нуклонах. Знать такие границы необходимо при планировании соответствующих экспериментов. Максимально возможные инклюзивные дифференциальные сечения рождения  $\rho$  и  $\Delta^{++}$  получены на основе численных расчетов. При этом предполагалось, что указанные сечения описываются универсальными зависимостями от кумулятивного числа и поперечного импульса, которые были получены при экспериментальном исследовании рождения мезонов и барионов на ядрах в кумулятивной области. Показано, что инклюзивный спектр распадных частиц с ростом кумулятивного числа спадает быстрее, чем спектр первичных резонансов. Это приводит к тому, что спектры распадных  $\pi$ -мезонов и протонов дают вклад не более 1% в полные инклюзивные спектры  $\pi$ -мезонов и протонов, начиная с импульса  $P \gtrsim 0,5$  ГэВ/с.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Upper Limits for Cumulative Isobars,  
 $\rho$ -Meson Production Cross Sections  
Determined from the Analysis of Inclusive  
Spectrum Deformations

A.G.Litvinenko, V.S.Stavinsky

The upper limits of production cross sections of  $\rho$  and  $\Delta^{++}$  on nuclei are obtained for kinematic variable range prohibited for free nucleon-nucleon collisions from the well-known inclusive production cross sections for  $\pi$ -mesons and protons. These values are interesting for planning corresponding experiments. The maximally possible inclusive differential cross sections for production of  $\rho$  and  $\Delta^{++}$  are calculated. These cross sections are supposed to be described by universal functions on cumulative number and transverse momentum obtained during experimental investigation of meson and baryon production on nuclei in cumulative region. It is shown that the inclusive spectrum of decay products decreases with the increasing

cumulative number faster than the primary resonance spectrum. As a result, spectra of decay  $\pi$ -mesons and protons contribute not more than 1 percent to the total inclusive spectra of  $\pi$ -mesons and protons above 0.5 GeV/c momentum.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

### *Введение*

В работе по известным инклюзивным спектрам  $\pi$ -мезонов и протонов получены верхние границы сечения рождения  $\rho$  и  $\Delta^{++}$  на ядрах. Знать эти величины необходимо при планировании соответствующих экспериментов.

Исходя из полученных оценок сечений рождения  $\rho$  и  $\Delta^{++}$  исследован вопрос о максимально возможном вкладе распадающихся  $\pi$ -мезонов и протонов в полные инклюзивные спектры  $\pi$  и  $p$  для различных кинематических областей. Это особенно интересно знать по следующей причине. Существует хорошо аргументированная точка зрения<sup>/1/</sup>, что инклюзивное сечение кумулятивных мезонов пропорционально кварк-партоновой структурной функции ядра. Однако эта точка зрения относится к "прямым" мезонам.

Распадные мезоны могут давать искаженную информацию о распределении кварков в ядрах. Это понятно уже потому, что рожденный резонанс и стабильный инклюзивный мезон имеют разные квантовые числа.

### *Основные предложения*

В экспериментах по изучению кумулятивного рождения мезонов<sup>/2,3/</sup> получено, что сечения рождения  $\pi^\pm$  и  $K^\pm$  описываются одной и той же зависимостью от масштабной переменной ( $X$ ) с различными предэкспоненциальными множителями. Это понятно, поскольку сечения пропорциональны кварк-партоновой структурной функции.

В первом приближении сечения описываются следующими универсальными зависимостями:

$$\left(\frac{E}{A} \cdot \frac{d\sigma}{d\vec{p}}\right)_c = A_c \cdot \exp\left(-\frac{X_c}{0,14}\right) \phi(p_\perp^2), \quad /1/$$

$$\phi(p_\perp^2) = 0,9 \exp(-2,7 p_\perp^2) + 0,1. \quad /2/$$

Здесь  $A$  - атомный вес, а  $X_c$  - введенное в работе<sup>/4/</sup> кумулятивное число для мезона  $c$ . Всюду в дальнейшем предполагается, что импульсы измеряются в ГэВ/с, а сечение в мб.

Для  $\pi$ -мезонов  $A_\pi = 40$ , а  $X$  дается выражением

$$X_\pi = \frac{E_0}{T_0 m_p} \cdot \frac{E_\pi - \beta_0 p_\pi \cos \theta - m_\pi^2 / (2E_0)}{1 - E_\pi / T_0} \quad /3/$$

Мы предполагаем, что спектр  $\pi$ -мезона описывается формулами /1/, /2/, а кумулятивное число для  $\rho$ -мезона равно

$$X_\rho = \frac{E_0}{T_0 m_p} \cdot \frac{E_\rho - \beta_0 p_\rho \cos \theta - m_\rho^2 / (2E_0)}{1 - E_\rho / T_0} \quad /4/$$

Аналогично, спектры барионов описываются следующей формулой

$$\left( \frac{E}{A} \cdot \frac{d\sigma}{d\beta} \right)_c = A_c \exp(-X_A^c / 0.16), \quad /5/$$

где  $X_A^c$  введенное в работе /5/, равно

$$X_A^c = \frac{1}{2} X_1 + \left[ \frac{1}{4} X_1^2 + X_T (E_c - m_c) \frac{E_0}{T_0 m_p} \right]^{1/2}; \quad /6/$$

$$X_1 = \frac{1}{m_p} \left[ \frac{P_0}{T_0} \left( \frac{E_c + m_c}{\beta} - P_c \cdot \cos \theta \right) - m_c + X_T m_p \right]. \quad /6a/$$

Для протона  $A_c = 12,83$ ;  $\beta = 0,52$ ;  $X_T = 2,625$ . Такая же зависимость выбиралась для сечения рождения  $\Delta^{++}$  с теми же  $\beta$  и  $X_T$ .

Таким образом, задача сводится к определению максимально возможных значений коэффициентов  $A_\rho$  и  $A_\Delta$  в формулах /1/ и /5/ соответственно по известным инклюзивным спектрам  $\pi$  и  $\rho$ .

### Результаты моделирования

Спектры распадных  $\pi$ -мезонов и протонов вычислялись непосредственным моделированием. Распределение по массе резонансов выбиралось в виде распределения Брейта - Вигнера:

$$B(M, M_0) = \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{(M - M_0)^2 + \Gamma^2 / 4} \quad /7/$$

Результаты моделирования представлены на рис.1-3, где показаны отношения распадных дифференциальных сечений  $(d\sigma_{\rho, \Delta}^{\pi, p})$  к экспериментальным  $(d\sigma_{\text{экс}}^{\pi, p})$ . При этом считалось:

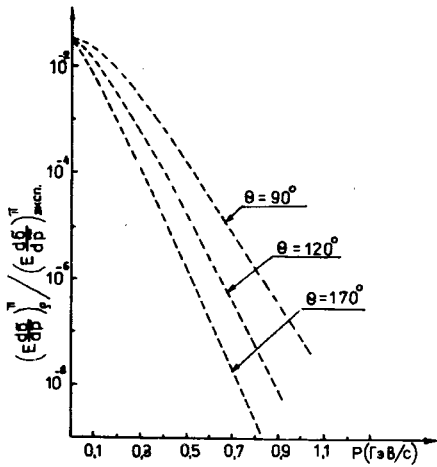


Рис. 1. Отношение инклюзивных сечений  $\pi^-$ -мезонов от распада  $\rho_0 \rightarrow 2\pi$  к экспериментальным инклюзивным сечениям  $\pi^-$ -мезонов:

$$\left( E \frac{d\sigma}{d\vec{p}} \right)_{\pi/\rho} = A_{\pi/\rho} \cdot \exp\left(-\frac{X}{0,14}\right).$$

$$(0,9 \exp(-2,7 p) + 0,1).$$

$$A_{\rho} = A_{\pi}.$$

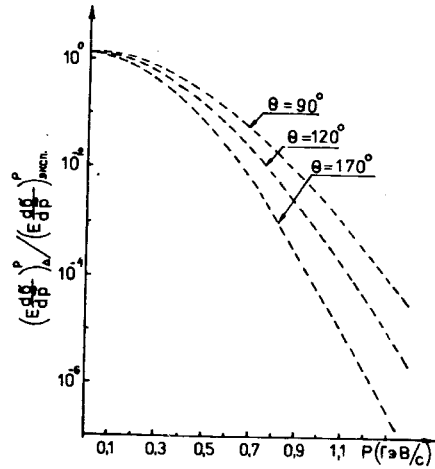


Рис. 2. Отношение инклюзивных сечений протонов от распада  $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi$  к экспериментальным инклюзивным сечениям протонов:

$$\left( E \frac{d\sigma}{d\vec{p}} \right)_{p/\Delta} = A_{p/\Delta} \cdot \exp\left(-\frac{X_A}{0,16}\right),$$

$$A_{\Delta} = A_p.$$

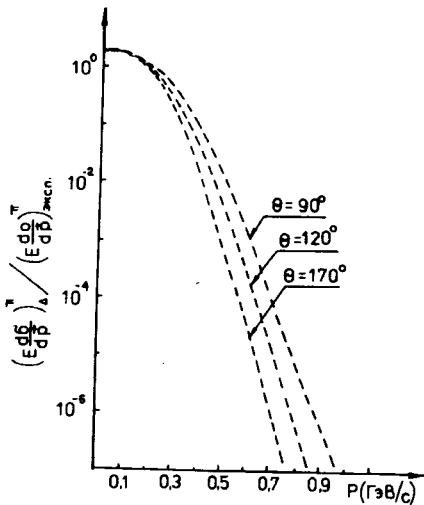


Рис. 3. Отношение инклюзивных сечений  $\pi^-$ -мезонов от распада  $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi$  к экспериментальным инклюзивным сечениям  $\pi^-$ -мезонов:

$$\left( E \frac{d\sigma}{d\vec{p}} \right)_{\pi/\Delta} = A_{p/\Delta} \cdot$$

$$\cdot \exp\left(-\frac{X_A}{0,16}\right), \quad A_{\Delta} = A_p.$$

$A_\rho = A_\pi$  и  $A_\Delta = A_\rho$ . Из этих рисунков видно, что максимальные значения  $A_\rho$  и  $A_\Delta$  соответственно равны

$$A_\rho^{\max} = 19,4 \cdot A_\pi = 776, \quad /8/$$

$$A_\Delta^{\max} = 0,5 \cdot A_\rho = 6,4. \quad /9/$$

Существенно отметить, что при максимальном значении  $A_\rho$  вклад распадных  $\pi$ -мезонов в сделанных предположениях относительно вида сечения рождения  $\rho$  мезона, не превышает 1% от экспериментально наблюдаемых для  $P > 0,34$  ГэВ/с и всех направлений вылета в заднюю полусферу. Вклад распадных  $\pi$ -мезонов от  $\Delta^{++}$  может быть несколько больше, однако для импульсов  $\geq 0,5$  ГэВ/с он тоже не превышает 1%.

Результаты моделирования хорошо согласуются с аналитическими оценками, которые удаётся провести. Для этого заметим, что спектр распадных  $\pi$ -мезонов связан со спектром рождения  $\rho$ -мезонов следующим выражением:

$$E_1 \frac{d\sigma}{d\vec{p}_1} = \int d\Omega \frac{1}{4\pi} dM \frac{dP_\rho}{E_\rho} (E \frac{d\sigma}{d\vec{p}})_\rho V(M, M_0) \delta(\vec{p}_1 - \vec{p}_1'), \quad /10/$$

а  $\vec{p}_1'$  связано с  $\vec{P}$  и  $\Omega_0 = (\theta_0, \phi_0)$  преобразованием Лоренца:

$$\vec{p}_1' = \vec{p}_0 + (\vec{p}_0 \cdot \vec{p}) \vec{p} / [M \cdot (M + E)] + E_1^* \vec{p} / M,$$

$$\vec{p}_0 = p_0 \vec{n}_0,$$

$$p_0 = [(M^2 - m_1^2 - m_2^2) - 4m_1^2 m_2^2]^{1/2} / (2m), \quad /11/$$

$$E_{1/2}^* = \sqrt{m_{1/2}^2 + p_0^2}, \quad M = E_1^* + E_2^*.$$

Для  $\pi$ -мезона, летящего под углом  $180^\circ$ , в предположении нулевой ширины  $\rho$ -мезона из /10/ имеем

$$E_1 \frac{d\sigma}{d\vec{p}_1} = \frac{M_0}{p_0 p_1} \frac{E^+}{E^-} \int dE \cdot \exp\left[-\frac{E_0}{T_0 m_p} \cdot \frac{E(1 + \beta_0 \frac{E_1}{p_1}) - (\frac{M_\rho^2}{2E_0} + \beta_0 \frac{ME_1^*}{p_1})}{\langle X \rangle (1 - E/T_0)}\right], \quad /12/$$

Здесь

$$E^- = M_\rho [E_1 \cdot E_1^* - p_1 p_0] / m_\pi^2,$$

$$E^+ = \min \{ M_\rho^{E_{гр}} \cdot [E_1 E_1^* + p_1 p_0] / m_\pi^2, \quad /13/$$

а  $E_{гр}$  - кинематическая граница для рождения  $\rho$ -мезона.

Учитывая, что подынтегральная функция резко убывает с ростом энергии, получаем, что интеграл определяется величиной сечения  $\rho$ -мезона вблизи  $\theta_\rho \sim 180^\circ$  и равен

$$E_1 \frac{d\sigma}{d\vec{p}_1} = \frac{M_\rho}{2p_0 p_1} \cdot A_\rho \frac{(1 - E^-/T_0)^2 T_0 m_p \langle X \rangle}{E_0 [(1 + \beta_0 E_1/p_1) - (M_\rho^2/(2E_0 T_0) + \beta_0 \frac{M_\rho E_1^*}{p_1 T_0})]} \cdot \exp\left(-\frac{E_0}{m_p T_0 \langle X \rangle} \cdot \frac{E^- (1 + \beta_0 \frac{E_1}{p_1}) - (-\frac{M_\rho^2}{2E_0} + \beta_0 \frac{M_\rho E_1^*}{p_1})}{(1 - E^-/T_0)}\right) \cdot [1 - \exp\left(-\frac{E_0}{m_p T_0 \langle X \rangle} \cdot \frac{(1 + \beta_0 \frac{E_1}{p_1})(E^+ - E^-)}{(1 - E^-/T_0)}\right)]. \quad /14/$$

Оцененное по этой формуле значение  $A_\rho^{\max}$  близко к полученному из моделирования /8/.

Поясним, почему спектры распадных частиц спадают круче, чем спектры экспериментальных частиц. Для простоты будем считать, что  $E_0 \gg E_\rho, E_\pi$ . В этом случае кумулятивное число  $X$  переходит в переменную Бьеркена<sup>/8/</sup>:

$$X \rightarrow x = \frac{E - P \cos \theta}{m_p} \quad /15/$$

Эта переменная, как и  $X$ , является аддитивной:

$$x_\rho = x_\pi + x_{\pi^-} \quad /16/$$

Из формул /10/ и /11/ нетрудно показать, что для  $\langle X \rangle_\rho$  и  $\langle X \rangle_\pi$  имеется следующее соотношение:

$$\int \frac{d\vec{p}_\rho}{E_\rho} (E \frac{d\sigma}{d\vec{p}})_\rho \cdot x = \langle X \rangle_\rho = \int \frac{d\vec{p}_1}{E_1} (E_1 \frac{d\sigma}{d\vec{p}_1}) \frac{M}{E_1^*} x_1 = \frac{M}{E_1^*} \langle x_1 \rangle. \quad /17/$$

Для  $\rho$ -мезона это дает  $\langle X \rangle_\rho = 2 \langle X \rangle_\pi$ .

Поскольку основное падение сечения с импульсом определяется экспоненциальной зависимостью от  $X$ , то становится ясно, почему спектр распадных  $\pi$ -мезонов падает быстрее, чем исходный спектр  $\rho$ -мезонов.

### *Особенности мягкой части инклюзивного спектра $\pi$ -мезонов*

В работе<sup>/2/</sup>/рис.4/ показано, что в мягкой части на фоне гладкой зависимости  $d\sigma \sim \exp(-T/T_0)$  имеется пик. Мы сделали попытку описать указанную особенность распадными

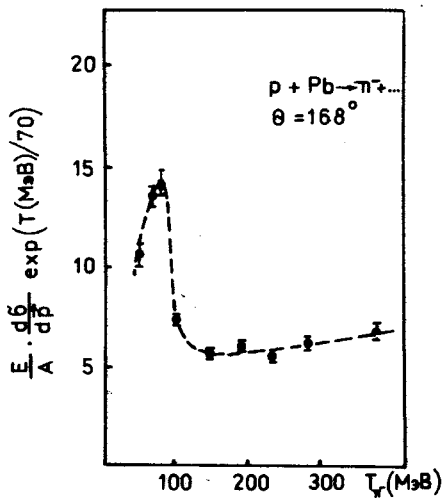


Рис. 4. Инклюзивный спектр  $\pi^-$ -мезонов при малых энергиях в реакции  $p + Pb \rightarrow \pi^- + \dots$  при импульсе налетающего протона  $p = 8,9 \text{ ГэВ}/c^{1/2}$ .

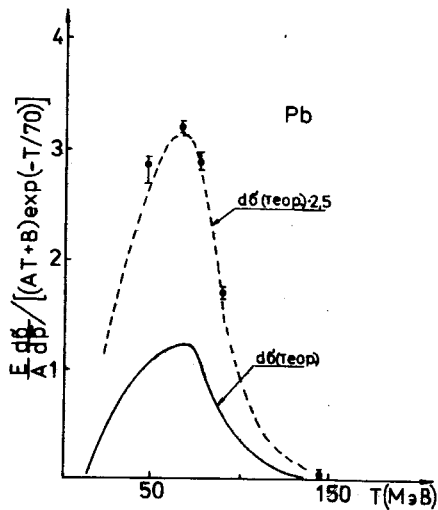


Рис. 5. Экспериментальные данные и результаты описания пика при малых энергиях инклюзивного спектра  $\pi^-$ -мезонов. Ошибки в экспериментальных точках включают и неопределенности в аппроксимации фона под пиком.

$\pi^-$ -мезонами от рождения  $\Delta^{++}$  на отдельном нуклоне ядра. Сечение рождения  $\Delta^-$ -изобары в нуклон-нуклонных столкновениях равно <sup>17/</sup>

$$\frac{d\sigma}{dt} = A \cdot e^{bt}, \quad /18/$$

где  $A = 10,48$  и  $b = 5,86$  <sup>17/</sup>.

Фон под пиком выбирался в виде

$$\left( E \frac{d\sigma}{d^3 p} \right)_{\Phi} = (CT + D) \exp(-T(\text{МэВ})/c). \quad /19/$$

Результаты моделирования представлены на рис. 5. Из этого рисунка видно, что полученные из моделирования спектры  $\pi^-$ -мезонов хорошо описывают форму пика для свинца, но не совпадают по абсолютной величине.

## Заклучение

В работе получены следующие результаты:

1. Получены верхние оценки сечений инклюзивного рождения  $\rho$  и  $\Delta^{++}$  на ядрах в кинематической области, запрещенной для свободного NN -рассеяния /рис.6,7/.

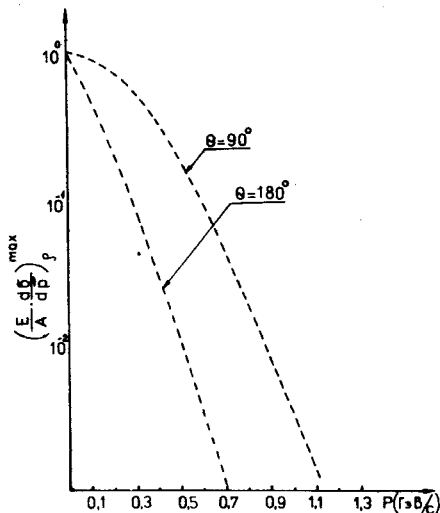


Рис.6. Максимально допустимые инклюзивные сечения кумулятивных  $\rho$ -мезонов.

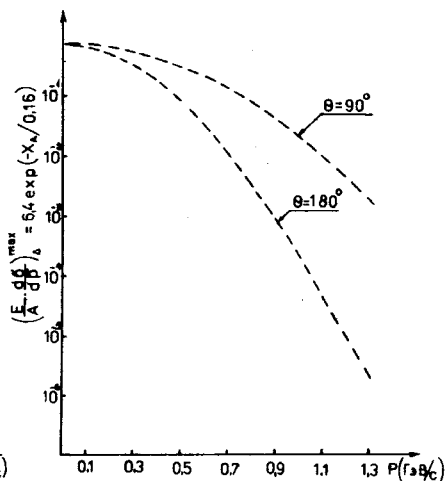


Рис.7. Максимально допустимые инклюзивные сечения кумулятивных  $\Delta^{++}$ .

2. Показано, что спектры распадных  $\pi$ -мезонов и протонов дают вклад не более 1% в полные инклюзивные спектры  $\pi$ -мезонов и протонов, начиная с импульса  $P > 0,5$  ГэВ/с.

Авторы благодарят О.Ю.Кульпину за оформление рукописи.

## Литература

1. Baldin A.M. JINR, E2-83-415, Dubna, 1983.
2. Baldin A.M. et al. JINR, E1-82-472, Dubna, 1982.
3. Балдин А.М. и др. ОИЯИ, P1-84-432, Дубна, 1984.
4. Ставинский В.С. ЭЧАЯ, 1979, т.10, вып.5, с.949.
5. Ставинский В.С. ОИЯИ, P2-80-767, Дубна, 1980.
6. Bjorken J.D., Poschos E.A. Phys.Rev., 1969, vol.185, No.5, p.185.
7. Benary O. et al. A Compilation of Data on Inclusive Reactions. UCRL-20000 NN, Berkeley, 1970.

Рукопись поступила 25 сентября 1985 года.